Architecture et Système: TD 1

Licence Info 2 - Stefano Guerrini et Flavien Breuvart et Lê Thành Dũng Nguyễn
A.A. 2018–19 - 11/09/2018

Exercice 1. Pour une base quelconque $b \geq 2$ de chiffres c_i:

1. comment s'écrivent les nombres 0 et 1?
2. de combien de symboles distingués on a besoin pour représenter les chiffres?
3. comment s'écrit le nombre b? Et ses puissances b^n ?
4. quel est le plus petit nombre à 3 chiffres? Et le plus grand?

Exercice 2. Conversions entre base 2, 8 et 16

1. Convertir $(101011110000)_2$ en base 16 et en base 8.
2. Convertir $(70513)_8$ en base 2.
3. Convertir $(BAFFE)_{16}$ en base 2.

Exercice 3 (Arithmétique binaire: addition)**.** L'addition binaire suive le mêmes règles de l'addition décimale qu'on à appris à l'école primaire. On pose en colonne les nombres en représentation binaire et on additionne les chiffres de chaque colonne, en tenant compte de l'éventuelle retenue obtenues de la colonne précédente. La seule différence étant que, si on somme 1 à 1, on obtient $(2)_{10} = (10)_2$ et donc le résultat est 0 plus une retenue d'1.

1. Calculer
   (a) $(001110)_2 + (011110)_2$
   (b) $(101010)_2 + (010110)_2$
2. Soit $a = (01011000)_2$.
   (a) Trouver la représentation binaire du nombre $\bar{a}$ tel que $a + \bar{a} = (11111111)_2$
   (b) Trouver la représentation binaire de $\bar{a} + 1$.
   (c) Quelle est la relation entre la séquence de bit de $(a)_2$ et celle de $(\bar{a}+1)_2$? Essayer d'en déduire une règle générale pour le calcul $(\bar{x} + 1)_2$ pour n'importe quelle valeur de x.
   (d) Sans faire explicitement le calcul, quelle est la représentation binaire de $a + \bar{a} + 1$? Vérifier la reponse en posant l'addition des représentations binaires de $\bar{a}$ et $\bar{a} + 1$ trouvées aux points précédents.

Exercice 4 (Arithmétique binaire: complément à 2)**.** Soit $[a]_n$ la représentation en complément à 2 d'un nombre entier sur n chiffres binaires. Cette représentation est définie par

$$[a]_n = (a \mod 2^{n-1})_2$$

qui, quand a est dans l'intervalle des valeur représentables, est équivalente à

$$[a]_n = \begin{cases} (a)_2 & \text{si } a \geq 0 \\ (2^n + a)_2 = (2^n + |a|) & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

1. Quelle est l'intervalle de codage sur n chiffres? Qu'est il passe si on cherche de coder en complément à 2 l'entier positive $2^n - 1$ sur seulement n bit?
2. Donner les intervalles de codage en complément à 2 sur:
   (a) 8 bits
   (b) 16 bits
   (c) 32 bits
3. Qu'elle est la relation entre le bit le plus fort d'un entier en représentation en complément à 2 et son signe? Pourquoi?
4. Reprendre les nombres a et $\bar{a}$ de l'exercice 3.2.
   (a) Vérifier que $[-a]_2 = (\bar{a} + 1)_2$
   (b) Chercher une règle générale pour le calcul de $[-x]_n$, pour une valeur de x dans l'intervalle de représentation (utiliser l'exercice 3.2c)).

Exercice 5 (Arithmétique binaire: multiplication)**.** La multiplication binaire suive le mêmes règles de la multiplication décimale qu'on à appris à l'école primaire. On pose en colonne et on fait les multiplications du premier facteur pour les chiffres du deuxième, on écrit les résultats de ces sommes opportunément décalés et on les additionne.

1. L'avantage est que le chiffres d'un nombre binaire sont seulement 0 et 1, donc les multiplications sont très simples. Pourquoi? Surtout on peut éviter de récrire beaucoup de valeurs. Pourquoi?
2. Calculer et vérifier les résultats en convertissant les nombres en décimal.
   (a) $(1010)_2 \times (1001)_2$
   (b) $(1011)_2 \times (1101)_2$